ALGO

WWW.ALGORITMOSTEM.IT

SCIENCE TECHNOLOGY ENGINEERING MATHEMATICS

Appunti
Onde

UNI - Fisica

rev.0.1 - 05 set 2023

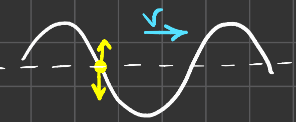
Draft version

Appunti intesi esclusivamente di ausilio alle lezioni, che le integrano nelle descrizioni e nei ragionamenti su quanto viene riportato in queste pagine.

onde

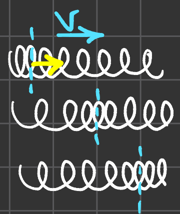
Def Perturbazione delle condizioni di equilibrio statico di un campo generato da una sorgente. Si propaga nello spazio e nel tempo ad una velocità che dipende dal mezzo trasmissivo.

onde trasversali



lo spostamento di ogni elemento oscillante avviene perpendicolarmente alla direzione lungo cui viaggia l'onda (↕ mezzo TRASMISSIVO → ONDA)

onde longitudinali



lo spostamento di ogni elemento oscillante avviene parallelamente alla direzione di propagazione dell'onda (→ mezzo TRASMISSIVO → ONDA)

Tipi di onde in natura

- **meccaniche** (onde del mare, sonore, sismiche) seguono le leggi di Newton e per esistere richiedono un mezzo materiale
- **Elettromagnetiche** (luce, microonde, ...) Esistono anche nel vuoto alla velocità $c \approx 3 \cdot 10^8 \frac{m}{sec}$
- **di materia** (movimento ondulatorio di particelle fondamentali e perfino atomi e molecole) ancora quasi sconosciute, sono di uso quotidiano nelle moderne tecnologie

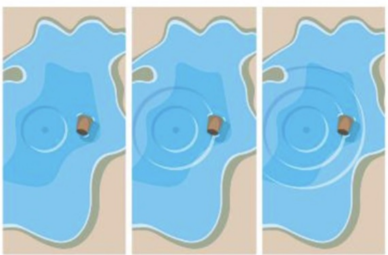
esempi di onde meccaniche

Trasportano energia e quantità di moto - non trasportano materia

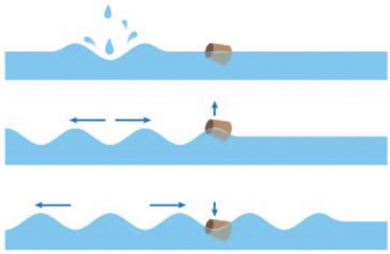
Alcuni tipi di onde non sono né trasversali né longitudinali. Per esempio, in un'onda che si propaga sulla superficie dell'acqua le particelle non si spostano né in direzione perpendicolare a quella in cui viaggia l'onda né nella stessa direzione. Come mostra la figura 12.5, i loro spostamenti hanno infatti sia una componente perpendicolare sia una componente parallela alla direzione di propagazione dell'onda. In particolare, le particelle d'acqua più vicine alla superficie descrivono traiettorie quasi circolari.

onde in acqua

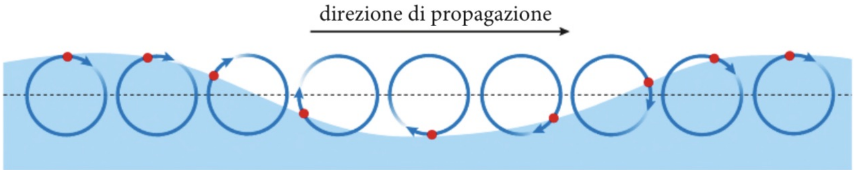
■ La perturbazione si muove verso l'esterno in orizzontale.



■ Un tappo che galleggia sull'acqua si sposta su e giù in verticale.



Le onde del mare sono generate dai venti che sfiorano la superficie dell'acqua e sono allo stesso tempo trasversali e longitudinali. In queste onde ogni volumetto d'acqua descrive una traiettoria circolare: mentre si alza e si abbassa, si sposta anche avanti e indietro.



Il movimento circolare avviene dove l'acqua è profonda. In prossimità della riva le onde si infrangono perché il fondo è vicino.

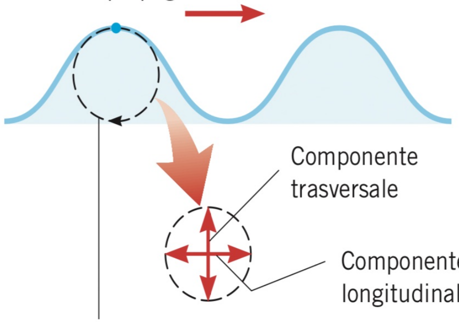
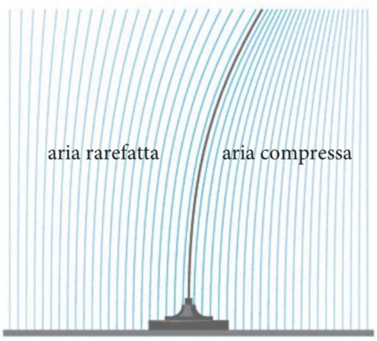


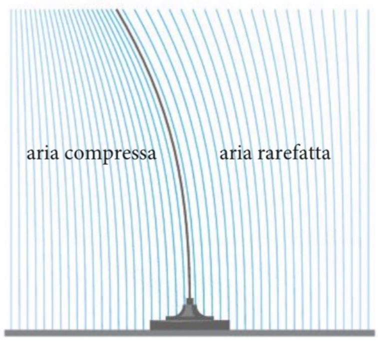
Figura 12.5
Le onde sull'acqua non sono né trasversali né longitudinali, perché le particelle vicino alla superficie dell'acqua descrivono traiettorie quasi circolari.

onde sonore

■ Quando la lamina si sposta verso destra, l'aria si comprime a destra e si rarefà a sinistra.

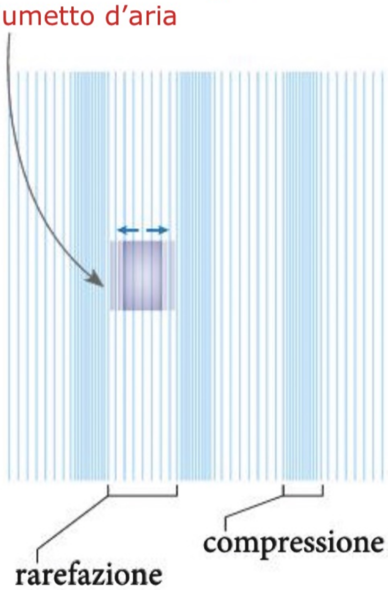


■ Quando, viceversa, la lamina si sposta verso sinistra, l'aria si comprime a sinistra e si rarefà a destra.



La vibrazione della lamina produce zone di *compressione* e zone di *rarefazione* che si trasmettono a strati d'aria via via più lontani. Ogni volumetto d'aria investito dall'onda oscilla avanti e indietro lungo la direzione di propagazione. Quindi:

il **suono** è un'onda longitudinale, fatta dall'alternarsi di compressioni e rarefazioni del mezzo in cui si propaga.



Rappresentazione matematica

Funzione d'onda (nello spazio e nel tempo)

$$f(x,y,z,t)$$

EQ. del moto (eq. d'onda di D'Alembert)

Tridimensionale

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial z^2}-\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 f}{\partial t^2}=0$$

$$\vec{\nabla}^2 \cdot f-\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 f}{\partial t^2}=0$$

monodimensionale (onde piane)

$$\frac{\partial^2 f(x,t)}{\partial x^2}-\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 f(x,t)}{\partial t^2}=0$$

soluzione: $f(x,t)=A\sin(\overbrace{kx\mp\omega t+\varphi}^{\varphi(x,t)})=A\sin\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda}\pm\frac{t}{T}+\frac{\varphi}{2\pi}\right)\right]$

Vale il principio di sovrapposizione!

f, g soluzioni

$\to \alpha f+\beta g$ soluzione

λ lunghezza d'onda (periodicità spaziale)

T periodo (periodicità temporale)

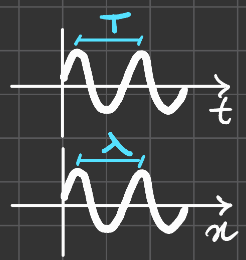
$f=\frac{1}{T}$ frequenza

$\omega=\frac{2\pi}{T}=2\pi f$ pulsazione

$k=\frac{2\pi}{\lambda}$ numero d'onda

$v=\frac{\lambda}{T}=\lambda f$ velocità

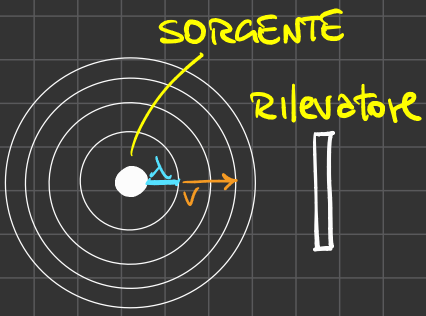
$\varphi(x,t)$ fase. (Fronti d'onda: insieme dei punti in cui l'onda ha la stessa fase)



SPAZIO	λ	$k=\frac{2\pi}{\lambda}$
TEMPO	T	$\omega=\frac{2\pi}{T}$

$\to v=\frac{\lambda}{T}=\lambda f$

EFFETTO DOPPLER

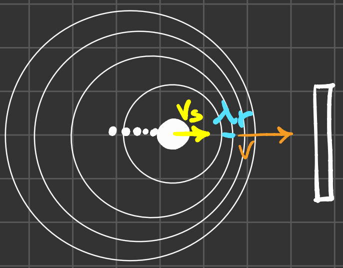


<u>sorgente ferma</u>

emette un'onda (λ, v)

<u>rilevatore fermo</u>

rileva la frequenza $f = \frac{v}{\lambda}$



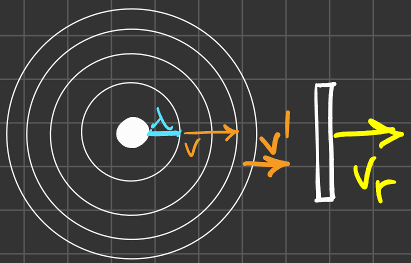
$\lambda_r = \lambda - v_s T$

<u>sorgente in moto</u> (v_s)

emette un'onda (λ, v)

<u>rilevatore fermo</u>

rileva la frequenza $f_r = \frac{v}{\lambda_r} = \frac{v}{\lambda - v_s T}$



$v' = v - v_r$

sorgente ferma

emette un'onda (λ, v)

<u>rilevatore in moto</u> (v_r)

rileva la frequenza $f_r = \frac{v'}{\lambda} = \frac{v - v_r}{\lambda} = \frac{v - v_r}{v} \cdot f$

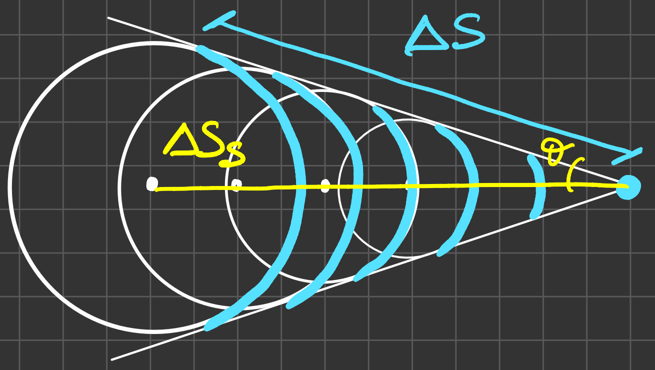
$\lambda = \frac{v}{f}$

sovrapposizione degli effetti

$$\boxed{f_r = \frac{v - v_r}{v - v_s} f}$$

ONDA D'URTO

Sorgente più veloce della velocità delle onde che emette ($V_s > V$)



in un tempo Δt

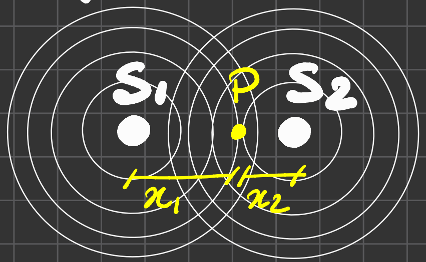
sorgente $\Delta S_s = V_s \Delta t$

Fronte d'Onda $\Delta S = \Delta S_s \cos\theta$

$$\cos\theta = \frac{\Delta S}{\Delta S_s} = \frac{V \cdot \cancel{\Delta t}}{V_s \cancel{\Delta t}}$$

INTERFERENZE

sorgenti S_1 ed S_2 identiche



Fissato lo spazio (Punto P), la funzione d'onda dipende solo dal tempo:

$$f(x_1,t) = f_1(t) = A\sin(kx_1 - \omega t)$$

$$f(x_2,t) = f_2(t) = A\sin(kx_2 - \omega t)$$

per sovrapposizione:

$$f(t) = f_1(t) + f_2(t) = A\left[\sin(kx_1 - \omega t) + \sin(kx_2 - \omega t)\right]$$

per prostaferesi:

$$f(t) = \underbrace{2A\cos\left(\overbrace{\frac{k}{2}(x_1 - x_2)}^{\Delta\varphi}\right)}_{A' \text{ Ampiezza}} \cdot \sin\left(\frac{k}{2}(x_1 + x_2) - \omega t\right)$$

dipende dalla differenza delle fasi tra i due segnali

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = (kx_1 - \omega t) - (kx_2 - \omega t) = k(x_1 - x_2)$$

casi particolari:

interferenza costruttiva
onde in fase $\Delta\varphi = 0 \rightarrow A' = 2A$

interferenza distruttiva
onde in opp. di fase $\Delta\varphi = 180° \rightarrow A' = 0$

$-90 < \frac{\Delta\varphi}{2} < 90 \rightarrow \cos$ positivo

$90° < \frac{\Delta\varphi}{2} < 270° \rightarrow \cos$ negativo

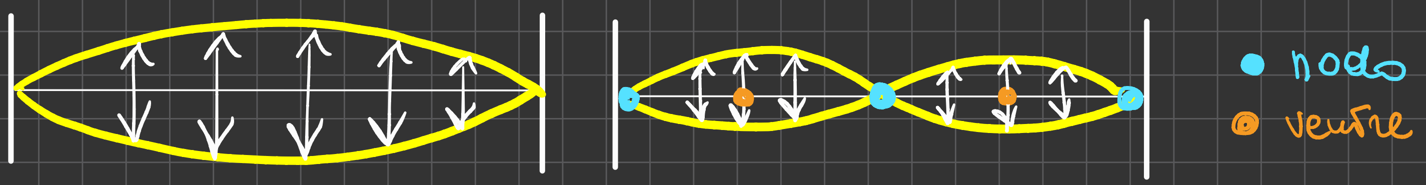
ONDE STAZIONARIE

effetto di riflessioni multiple + interferenza.
L'energia è localizzata e stazionaria in regioni ben definite

$\omega_1 = \omega_2$ ma direzione opposta
(esempio onda incidente e riflessa)

$f_1(x,t) = A \sin(kx - \omega t)$ $\quad f_2(x,t) = A \sin(kx + \omega t)$

$$f(x,t) = f_1 + f_2 = 2A \sin kx \cos(\omega t)$$



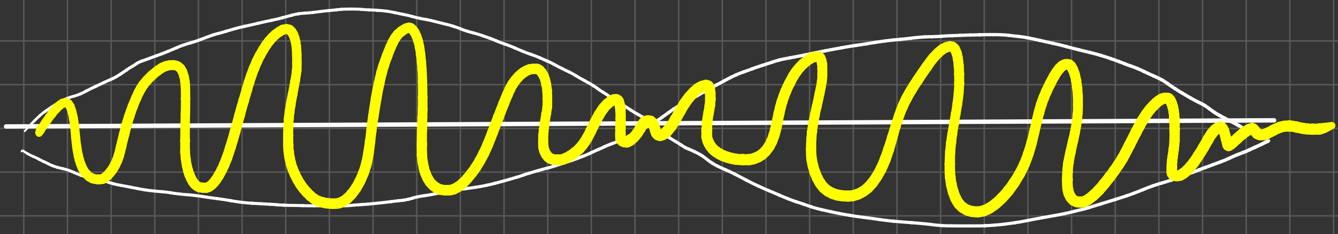
BATTIMENTI

$\omega_1 \neq \omega_2$ $\quad \omega_1 \simeq \omega_2$ (diverse ma vicine)

$f_1(t) = A\sin(\omega_1 t)$ $\quad f_2(t) = A\sin(\omega_2 t)$

$$f(t) = f_1 + f_2 = \underbrace{2A\cos\left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t\right)}_{A(t)} \sin\left(\underbrace{\frac{\omega_1+\omega_2}{2}}_{\omega=\frac{\omega_1+\omega_2}{2}} t\right)$$

Otteniamo un segnale di frequenza $f = \frac{f_1+f_2}{2}$ ed ampiezza variabile



frequenza di Battimento $f_B = f_1 - f_2$