WWW.ALGORITMOSTEM.IT

SCIENCE TECHNOLOGY ENGINEERING MATHEMATICS

Appunti
Motore Asincrono

IIS2 - ELETTROTECNICA

rev.0.9 - 02 set 2023

Draft version

Appunti in formato bozza, intesi esclusivamente di ausilio alle lezioni, che le integrano nelle descrizioni e nei ragionamenti su quanto viene riportato in queste pagine.

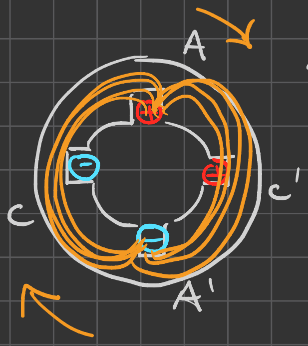
campo rotante (es con 2 fasi)

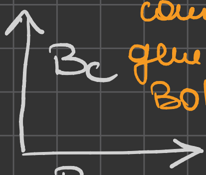
nello statore due bobine vengono disposte in posizione ortogonale e alimentate da correnti sinusoidali sfasate nel tempo di 90°.

In tali condizioni si genera un campo rotante

$$B_A = B_M \cos(\omega t) = B_M \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$B_C = B_M \sin(\omega T)$$





campo magn. generato dalle bobine CC'

campo magn. generato dalle bobine AA'

$$\omega = \frac{2\pi f}{p} \left[\frac{rad}{sec}\right]$$

$$= \frac{60 f}{p} \left[\frac{giri}{min}\right]$$

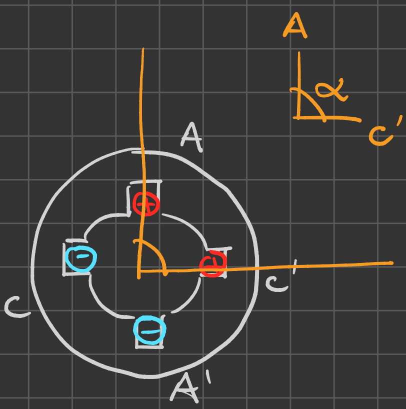
con P n° di coppie polari ⊙ ⊕ (nell'esempio P=2)

$t=0$ $\cos\varnothing = 1$, $\sin\varnothing = 0$

$t=\frac{T}{4}$ $\cos\left(\omega \frac{T}{4}\right) = 0$, $\sin\left(\omega \frac{T}{4}\right) = 1$

$t=\frac{T}{2}$ $\cos\left(\omega \frac{T}{2}\right) = -1$, $\sin\left(\omega \frac{T}{2}\right) = 0$

$t=\frac{3}{4}T$ $\cos\left(\omega \cdot \frac{3}{4}T\right) = 0$, $\sin\left(\omega \cdot \frac{3}{4}T\right) = -1$



Vincolo di funzionamento

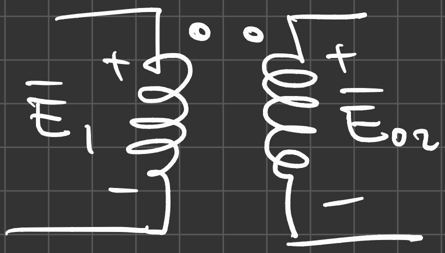
⚠ α = sfasamento tra le tensioni di alimentazione

CIRCUITO EQUIVALENTE

Per costruzione, il motore è una macchina trifase di tipo simmetrico ed equilibrato, quindi è sufficiente studiare il comportamento di una sola fase.
Consideriamo il rotore fermo e gli avvolgimenti rotorici aperti

1) Hp rotore fermo, avvolgimenti rotorici aperti

Con queste ipotesi il motore asincrono si comporta come un trasformatore,



TRASF. IDEALE

n. fasi

$$E_1 = K_1 N_1 f \, \Phi$$

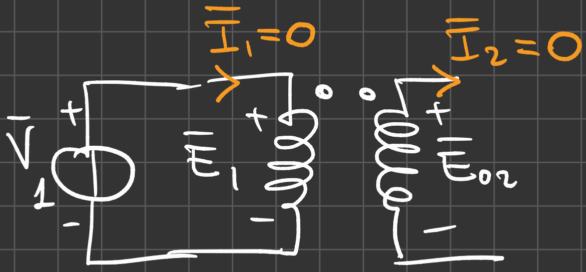
flusso campo magnetico rotante

frequenza

coeff. che dipende dalle particolarità costruttive

$$E_2 = K_2 N_2 f \, \Phi$$

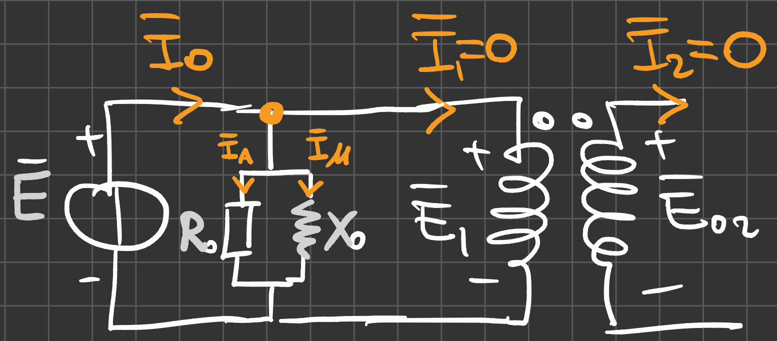
rapporto di trasformazione $K_0 = \dfrac{E_1}{E_{02}} = \dfrac{K_1 N_1}{K_2 N_2}$ a rotore fermo (avvolgimenti aperti)



TRASF. IDEALE

Alimentiamo il motore:
Idealmente, poiché la corrente $I_2=0$, anche la corrente I_1 deve essere nulla.

In realtà il motore non ha un comportamento ideale ed assorbirà una corrente per consentire la generazione di un campo magnetico di eccitamento e per vincere le perdite nel ferro. Per tener conto di queste condizioni il circuito equivalente diventa:



PARAMETRI TRASVERSALI

R_0 conduttanza (perdite nel ferro, isteresi, correnti parassite)

X_0 suscettanza (corrente di magnetizzazione necessaria a creare il campo magnetico)

$$\bar{I}_0 = \bar{I}_A + \bar{I}_\mu$$

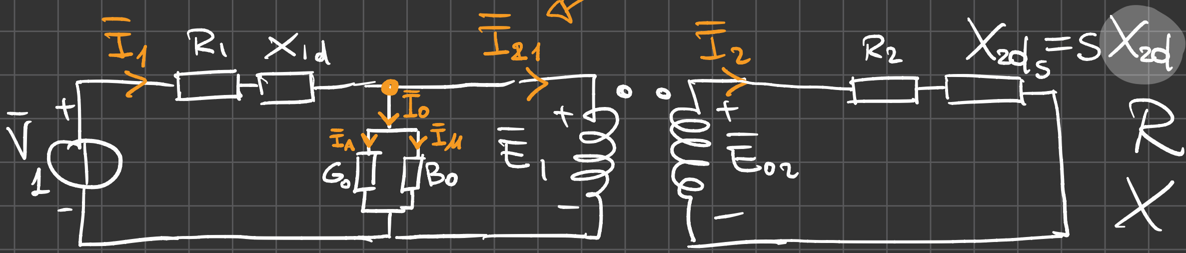
La corrente assorbita dal motore, nelle condizioni di rotore fermo e avvolgimenti rotorici aperti, è $\bar{I}_0$

2) Ip rotore in movimento n giri/min ⇒ s

Consideriamo ora il comportamento reale del motore, cioè con il rotore in movimento, ad una velocità di rotazione minore della velocità di sincronismo del campo magnetico con scorrimento $s = \frac{\omega}{\omega}$

gli avvolgimenti, statorici e rotorici, presentano delle resistenze ohmiche R_1, R_2. Inoltre, bisogna considerare i flussi dispersi, ovvero la parte di flusso del campo magnetico che non si concatena con entrambi gli avvolgimenti statorici e rotorici. Tali perdite sono rappresentate dalle reattanze X_d.

corrente richiamata al primario da $\bar{I}_2$



R perdite ferro
X flusso disperso

$$\bar{E}_2 = \bar{E}_{20} S$$ (relazione tra situazioni con rotore fermo e con scorrimento)

$$f_r = f \cdot S$$

$$X_{2d_S} = 2\pi f_r L_2 = 2\pi f S L_2 = S X_{2d}$$

reattanza di dispersione con rotore in movimento

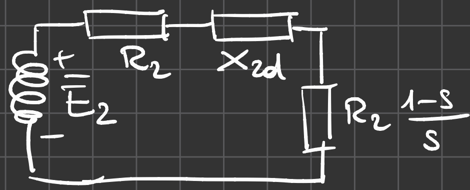
reattanza di dispersione a rotore fermo

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{E}_2}{R_2 + jSX_{2d}} = \frac{\bar{E}_{20} \cdot S}{R_2 + jSX_{2d}} = \frac{\bar{E}_{20}}{\frac{R_2}{S} + jX_{2d}}$$

$\bar{Z}_2$ impedenza eq. del rotore

$$\bar{Z}_2 = \frac{R_2}{S} + jX_{2d}$$

$$\frac{R_2}{S} \rightarrow R_2 + R_2\frac{1-S}{S}$$



Resistenza avv. rotorici

effetto su R_2 della presenza di un carico applicato al motore. che determina uno scorrimento

Possiamo quindi considerare $\bar{Z}_2$ la somma di tre componenti, dei quali solamente uno dipende dallo scorrimento:

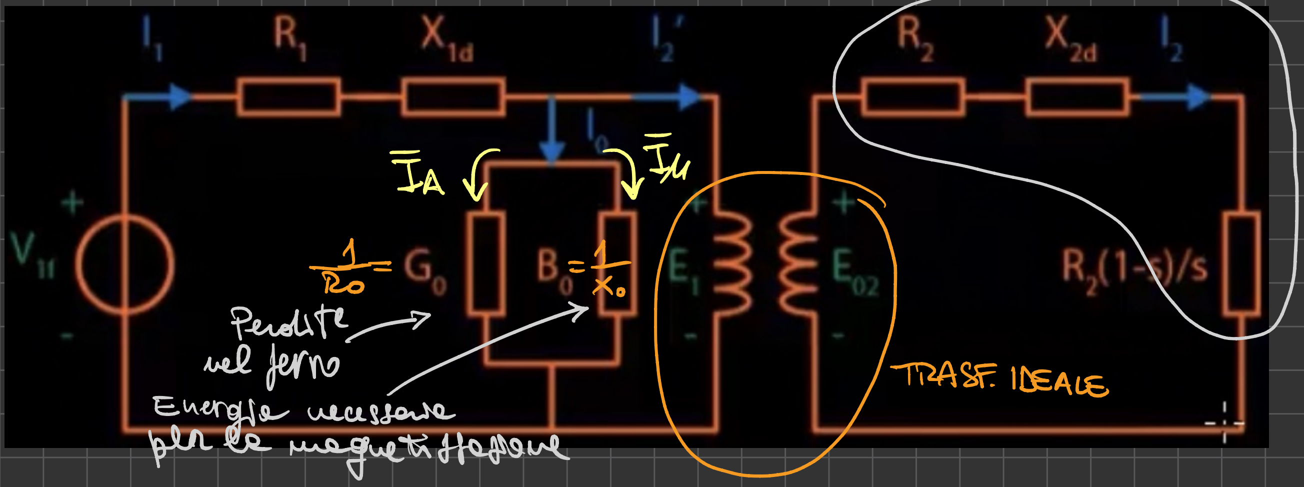
$$R_2 \frac{1-S}{S} \begin{cases} \text{per } S = 1 \text{ (Rotore Fermo)} \rightarrow R_2 \frac{1-1}{1} = 0 \\ \text{per } S = \emptyset \text{ (vel. sincronismo)} \rightarrow R_2 \frac{1-0}{0} \rightarrow \infty \end{cases}$$

CORTO CIRCUITO

CIRCUITO APERTO

La corrente assorbita dal rotore è nulla

DIAGRAMMA VETTORIALE V - I



Prendiamo come riferimento a fase zero il flusso e disegniamo le conseguenti grandezze

ROTORE:

1) le tensioni indotte $\bar E_{02}$ sono $\perp$ al flusso, in anticipo

2) la corrente $\bar I_2 = \frac{\bar E_{02}}{\bar Z_2} = \frac{\bar E_{02}}{\left(R_2+R_2\frac{1-s}{s}\right)+jX_{2d}} = \frac{\bar E_{02}}{\frac{R_2}{s}+jX_{2d}} = I_2 \angle \varphi_2$

ha uno sfasamento in ritardo (induttivo) di φ_2 rispetto ad $\bar E_{20}$

$$\sqrt{\left(\frac{R_2}{s}\right)^2+X_{2d}^2}$$

$$\text{arctg}\left(\frac{X_{2d}}{\frac{R_2}{s}}\right) = \text{arctg}\left(\frac{sX_{2d}}{R_2}\right)$$

Angolo caratteristico dell'impedenza del rotore

TRASFORMATORE IDEALE

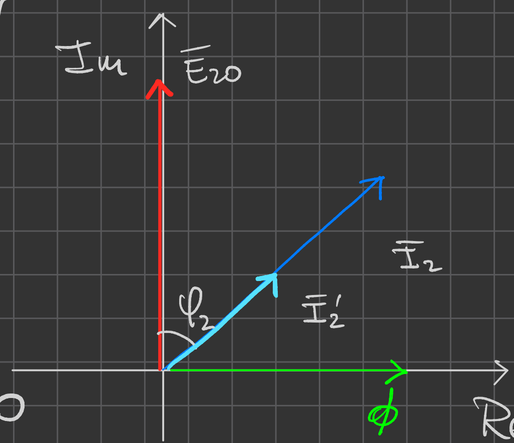
Potenze entranti = potenze uscenti

$$E_1 I_2' = E_{02} I_2 \Rightarrow$$

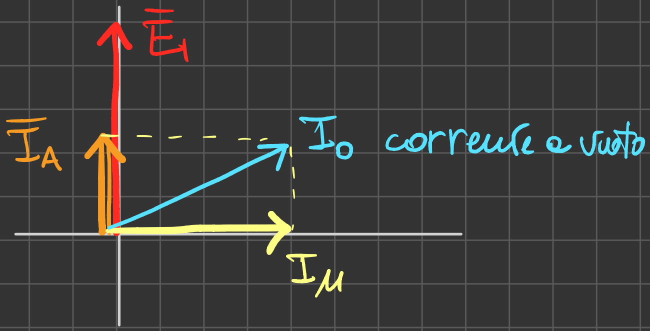
$$I_2' = I_2 \frac{E_{02}}{E_1} = \frac{I_2}{K_0}$$

rapporto di trasf. a rotore fermo (a vuoto)

le due correnti sono in fase tra loro



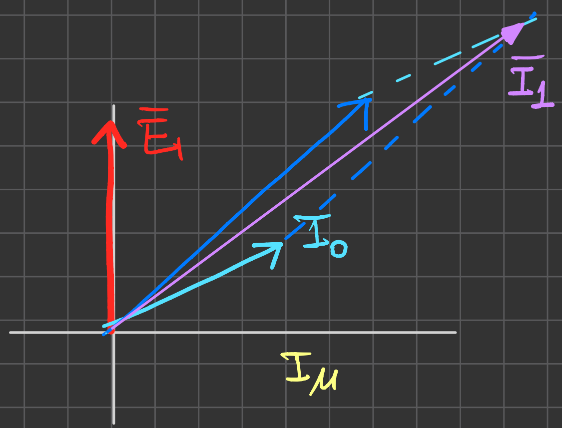
STATORE



1) $\bar I_0 = \bar I_A + \bar I_\mu$

$$\bar I_A = \frac{\bar E_1}{R_0} \qquad \bar I_\mu = \frac{\bar E_1 \cdot j}{\underbrace{j \cdot j}_{-1} X_0} = \frac{-jE_1}{X_0}$$

sfasata di 90° in ritardo risp. ad $\bar E_1$



2) dall'eq. delle correnti al nodo

$$I_1 = I_0 + I_1'$$

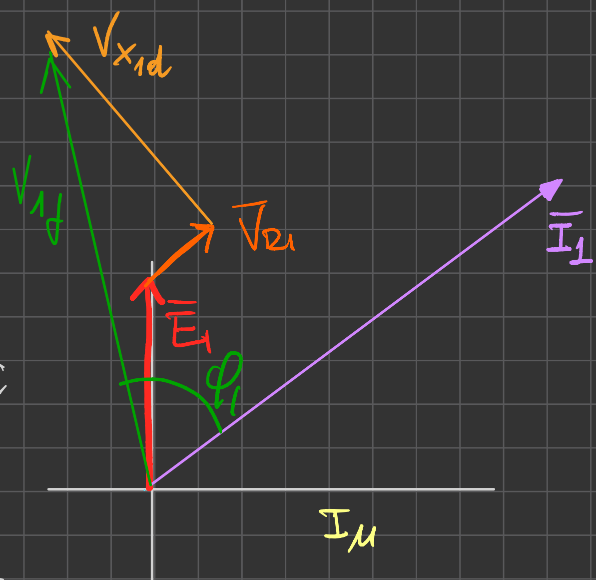
3) considerando la maglia d'ingresso:

$$\bar V_{1f} = \bar V_{R_1} + \bar V_{x_1 d} + \bar E_1$$

Tensione di fase (impresso)

$R_1 \bar I_1$ — V_{R1} in fase con I_1

$j X_{1d} \cdot \bar I_1$ — $V_{x_1 d}$ in anticipo di 90° risp. I_1



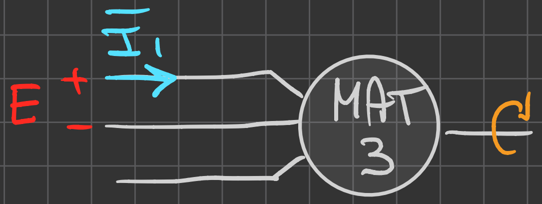
disegniamo le componenti:

$\cos\varphi_1$ è il fattore di potenza del motore come carico elettrico rispetto all'alimentazione. corrisponde all'angolo caratteristico dell'impedenza eq. di tutto il circuito eq. del motore

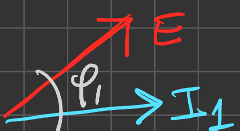
> $\cos\varphi_1$ FATTORE DI POTENZA DEL CARICO (motore)

POTENZE E RENDIMENTO

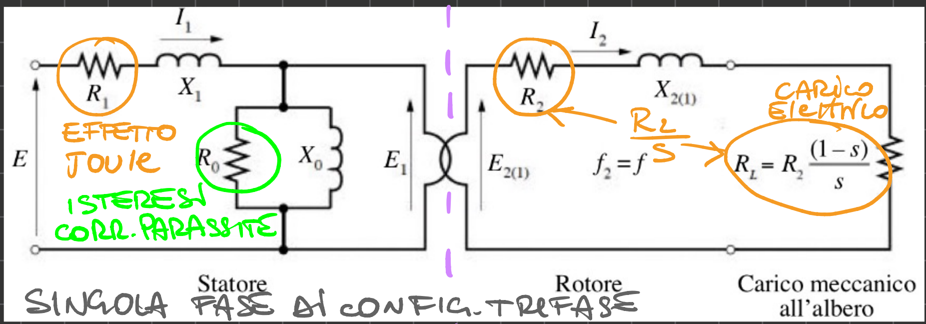
Trasformazione da En elettrica in Meccanica



I_1 corrente di linea
E Tensione di fase
$V = \sqrt{3}E$ Tensione concatenata



φ_1 fattore di potenza del motore



$S = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_1}$ SCORRIMENTO

STATORE ROTORE

POTENZA TRASFERITA $P_{12} = \frac{P_{j2}}{s}$

POTENZA MECCANICA (*) P_M

POTENZA UTILE (*) $P_u = P_{12}(1-s)$

POTENZA ASSORBITA P_a

POTENZA PERSA $P_p = \left(P_{j1} + P_f + P_{Add} + P_{j2} + P_{aV}\right)$

Rendimento $\eta = \frac{P_u}{P_a} = \frac{P_a - P_p}{P_a}$

(*) NB: Alcuni Testi considerano $P_M \equiv P_u$

$$P_a = 3 E I_1 \cos\varphi_1 = \sqrt{3} V I_1 \cos\varphi_1$$

Potenza assorbita (attiva, di tipo elettrico)

STATORE $P_{j1} = 3 R_1 I_1^2$

ROTORE $P_{j2} = 3 R_2 I_2^2$

Potenza persa per eff. Joule (perdite nel rame)

STATORE $P_f = \dfrac{3E_1^2}{R_0} \approx \dfrac{3E^2}{R_0} = \dfrac{V^2}{R_0}$

Potenza persa per isteresi e correnti parassite (perdite nel ferro)

STATORE $P_{Add} = 5\% \, P_a$

Perdite Addizionali (fattori geometrici, ...)

ROTORE P_{av}

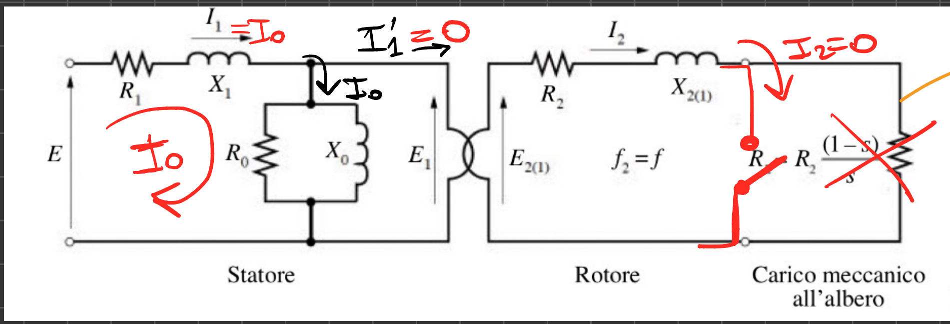
Perdite per attrito e ventilazione (perdite meccaniche)

$$P_{12} = 3 \frac{R_2}{s} I_2^2 = \frac{P_{j2}}{s} = \frac{P_m}{1-s}$$

Potenza trasmessa dallo statore al rotore, attraverso l'accoppiamento elettromagnetico. Coincide con la potenza assorbita dai componenti resistivi del rotore

FUNZIONAMENTO A VUOTO (ROTORE LIBERO)

Il rotore è libero di ruotare senza carico meccanico. In questo caso la velocità di rotazione del rotore è vicina alla velocità di sincronismo del campo magnetico rotante e lo scorrimento tenderà ad un valore nullo $\boxed{\omega_2 \to \omega_1} \Rightarrow \boxed{s \to 0}$



configurazione a vuoto

ω_1 statore
ω_2 rotore

$s = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_1} \to \emptyset \quad \omega_2 \approx \omega_1$

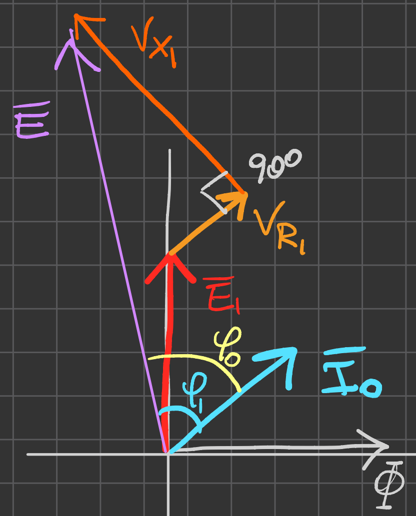
In questo caso $R_2 \frac{1-s}{s} \to \infty$ (circuito aperto). Ne consegue:

1) $I_2 = 0$

corrente indotta dal secondario 2) $I_1' = \frac{I_2}{K_0} = 0$ ← rapp. di trasf. a vuoto

3) $\bar{I}_1 = \bar{I}_0 + \bar{I}_1' = \bar{I}_0$ ← corrente a vuoto

Consideriamo l'eq. di Kirchhoff alla maglia statorica e disegniamo il diagramma delle tensioni. Iniziamo a disegnare il flusso (Rif. fase $\emptyset$) e poi la tensione indotta che, per la legge di Faraday Neumann Lenz, è sfasata di 90° risp. al flusso. Di seguito disegniamo $\bar{I}_0$ sfasata di φ_1 in ritardo (carico ohmico-induttivo) risp. ad E_1, e poi disegniamo le componenti di $\bar{E}$



$$\bar{E} = \underbrace{R_1 \bar{I}_0}_{V_{R_1} \text{ in fase con } I_0} + \underbrace{jX_1 \bar{I}_0}_{V_{X_1} \text{ in anticipo di } 90° \text{ risp. ad } I_0} + \bar{E}_1 \quad \text{con } \bar{I}_0 = \frac{\bar{E}_1}{R_0 // (jX_0)}$$

Bilancio delle potenze

Nel caso a vuoto, la corrente assorbita dal motore è $\bar{I}_0$, quindi l'angolo di fase tra la tensione del generatore $\bar{E}$ e la corrente assorbita $\bar{I}_0$ è indicativo del fattore di potenza del motore, (visto come carico elettrico).

$\cos\varphi_0$ fattore di potenza

Potenza Assorbita

tensione concatenata

$$P_a = P_\emptyset = 3 E I_0 \cos\varphi_0 = \cancel{3}^{\sqrt{3}} \frac{V}{\cancel{\sqrt{3}}_1} I_0 \cos\varphi_0 \quad [W]$$

$$Q_\emptyset = \sqrt{3}\, V I_0 \sin\varphi_0 \quad [VAR]$$

$$S_\emptyset = \sqrt{3}\, V I_0 \quad [VA]$$

Potenza Resa (funzionamento a vuoto)

$$P_u = \emptyset \implies \eta = \frac{P_u}{P_a} = \emptyset$$

Perdite (funzionamento a vuoto)

Complessivamente corrispondono alla potenza P_a

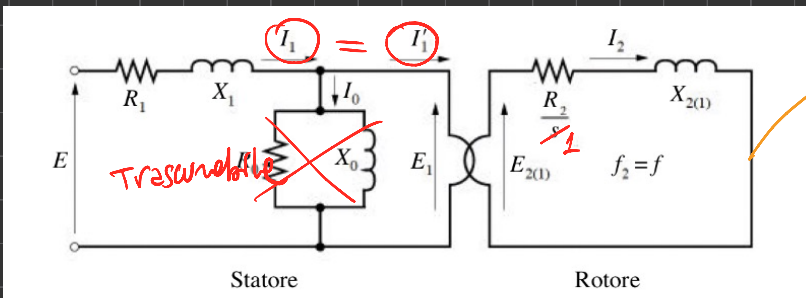
$$P_p = P_a - \cancel{P_u} = P_0 = \underbrace{3 R_1 I_0^2}_{P_{j0}\ \text{perdite nel rame (a vuoto)}} + \underbrace{\frac{V^2}{R_0}}_{\text{perdite nel ferro (a vuoto)}} + \underbrace{P_{av}}_{\text{attriti}}$$

potenza Reale, devo considerare solo le resistenze e le perdite meccaniche

$$P_f = 3\frac{E_1^2}{R_0} \simeq 3\frac{E^2}{R_0} = \frac{\cancel{3}}{R_0}\left(\frac{V}{\cancel{\sqrt{3}}}\right)^2 = \frac{V^2}{R_0}$$

FUNZIONAMENTO ALLO SPUNTO (ROTORE BLOCCATO)

In questo caso $\omega_2 = 0 \Rightarrow S = \frac{\omega_1 - \cancel{\omega_2}}{\omega_1} = 1$



configurazione corto circuito

ω_1 statore
ω_2 rotore
$S = \frac{\omega_1 - \cancel{\omega_2}}{\omega_1} = 1$

Nel secondario, la componente resistiva assume il valore minimo $\frac{R_2}{S} = R_2$, quindi I_2 massima

$I_2 = I_{2cc}$ (valore max) $\Leftarrow R_2$ (valore min)

$I_1' = I_{1cc}' = \frac{I_{2cc}}{k_0}$ (valore max) ← Rapp. di Trasf. a vuoto

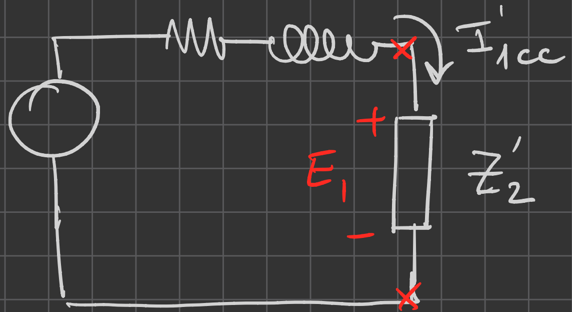
$\bar{I}_1 = \bar{I}_{1cc} = \bar{I}_{1cc}' + \bar{I}_0$ ← Trascurabile

$\Rightarrow \boxed{I_{1cc} = I_{1cc}'}$

Dalle relazioni del trasformatore ideale otteniamo:

$\frac{\bar{E}_1}{\bar{E}_{2(1)}} = k_0$ $\quad \bar{E}_1 \bar{I}_{1cc}' = \bar{E}_{2(1)} \bar{I}_{2cc} \Rightarrow \bar{I}_{1cc}' = \underbrace{\frac{\bar{E}_{2(1)}}{\bar{E}_1}}_{\frac{1}{k_0}} \bar{I}_{2cc} = \frac{\bar{I}_{2cc}}{k_0}$

Potenza entrante = Potenza uscente

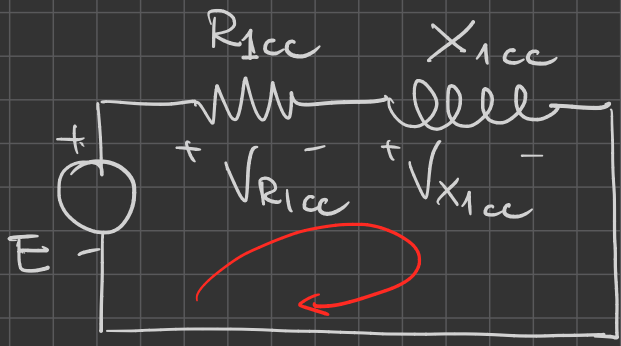


possiamo semplificare il circuito equivalente considerando la resistenza equivalente vista da E_1

$$\bar{Z}_2' = \frac{\bar{E}_1}{\bar{I}_{1cc}'} = \frac{\bar{E}_{2(1)} \cdot k_0}{\frac{\bar{I}_{2cc}}{k_0}} = \frac{\bar{E}_{2(1)} \cdot k_0^2}{\bar{I}_{2cc}} = \bar{Z}_2 \cdot k_0^2$$

IMPEDENZA ROTORICA RIPORTATA ALLO STATORE

$$\boxed{\bar{Z}_2' = \bar{Z}_2 \cdot k_0^2} = R_2' + jX_2' = R_2 k_0^2 + jX_2 k_0^2$$



$$R_{1cc} = R_1 + R_2 k_0^2$$

$$X_{1cc} = X_1 + X_2 \cdot k_0^2$$

$$\bar{I}_{1cc} = \frac{\bar{E}}{R_{1cc} + jX_{1cc}}$$

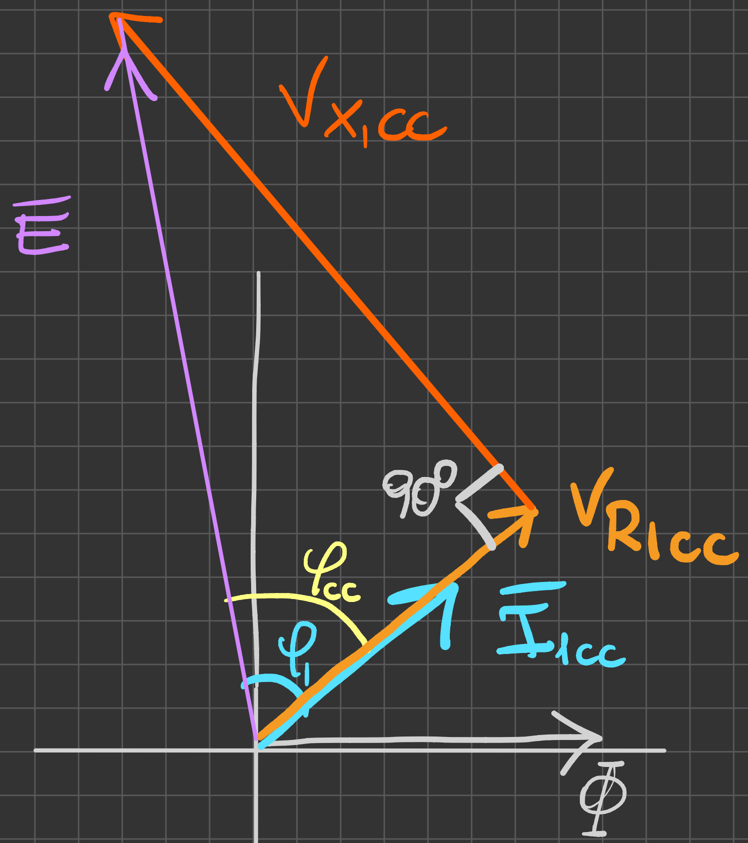
$$\bar{V}_{R_1 cc} = R_{1cc} \cdot \bar{I}_{1cc}$$

in fase con $\bar{I}_{1cc}$

$$V_{X_1 cc} = jX_{1cc} I_{1cc}$$

in anticipo di 90° su $\bar{I}_{1cc}$

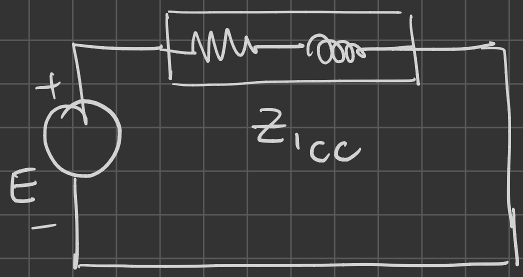
$$\bar{E} = \bar{V}_{R1cc} + \bar{V}_{X_1 cc}$$



$$\varphi_{cc} = \operatorname{arctg}\left(\frac{X_{1cc}}{R_{1cc}}\right)$$

sfasamento tra tensione e corrente a rotore bloccato

Bilancio delle potenze



$$\bar{Z}_{1cc} = R_{1cc} + jX_{1cc} = Z_{1cc} \angle \varphi_{cc}$$

$$Z_{1cc} = \sqrt{R_{1cc}^2 + X_{1cc}^2} \qquad \varphi_{cc} = \operatorname{arctg} \frac{X_{1cc}}{R_{1cc}}$$

corrente di spunto:
(corrente che il motore assorbe all'avviamento)
valore max nel funzionamento del motore

$$\boxed{I_{1cc} = \frac{E}{Z_{1cc}} = \frac{E}{\sqrt{R_{1cc}^2 + X_{1cc}^2}}}$$

MAX

Potenza Assorbita

$$P_a = P_{1cc} = 3\,E\,I_{1cc} \cos\varphi_{cc} = \sqrt{3}\,V\,I_{cc} \cos\varphi_{cc}$$

Potenza Resa (rotore bloccato)

$$P_u = 0 \implies \eta = \frac{P_u}{P_a} = \emptyset$$

Perdite

Complessivamente corrispondono alla potenza P_a poiché $P_u = 0$

$$P_p = P_a - \cancel{P_u} = P_{1cc} = P_{j1cc} + P_{fcc} + P_{ADD}$$

Perdite nel rame | Perdite nel ferro: isteresi e correnti parassite | fattori geometrici e fisici addizionali

$$P_{j1cc} = \boxed{3R_{1cc} I_{1cc}^2} = 3R_1 I_{1cc}^2 + 3R_2 I_{2cc}^2$$

$3R_1 I_{1cc}^2 \leftarrow$ statore

$3R_2 I_{2cc}^2 \leftarrow$ rotore

$$3\frac{R_1'}{k_0^2} \cdot (I_{1cc} k_0)^2 = 3R_2' I_{1cc}^2 = 3R_2 k_0^2 I_{1cc}^2 \implies$$

FUNZIONAMENTO SOTTO CARICO (ROTORE LIBERO)

CARATTERISTICA MECCANICA

$$[N\,m] \quad C = \frac{P}{\omega} \frac{[Watt]}{[rad/sec]} = \frac{60\,P}{2\pi n} \qquad \text{con} \quad \omega = \frac{2\pi n}{60} \; [giri/min]$$

COPPIA TRASMESSA

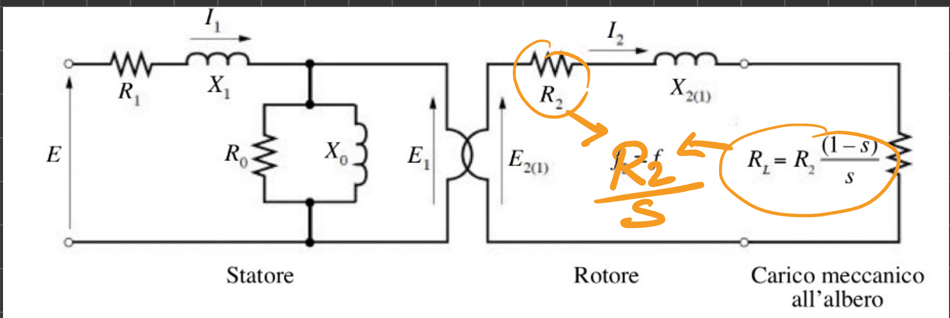
Andamento della coppia meccanica al variare della velocità di rotazione del rotore

P_{12} Potenza trasmessa dal motore

P_{j2} perdite per effetto joule su tre fasi

velocità di sincronismo

$$C_T = \frac{P_{12}}{\omega_0} = \frac{3}{\omega_0} \frac{R_2}{s} I_2^2 = \frac{P_{j2}}{s\,\omega_0} \qquad [1]$$

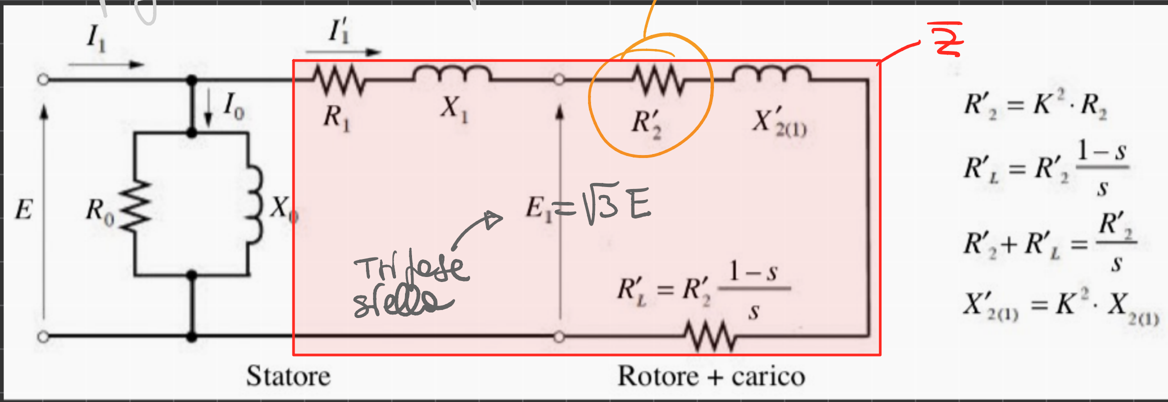


$$P_{12} = \frac{P_{j2}}{s}$$

La potenza trasmessa dallo statore al rotore attraverso il campo magnetico rotante è una potenza elettrica attiva, corrisponde alla potenza assorbita dai componenti resistivi del rotore.

Analizziamo il circuito eq. riportato al primario per dedurre il modo in cui i parametri del circuito equivalente influenzano l'andamento della coppia trasmessa, al variare dello scorrimento singola fase di una configurazione trifase

$P_{j2} = 3R_2' I_1'^2$



E Tensione di fase

E_1 = Tensione concatenata $\quad E_1 = \sqrt{3} \cdot E$

$$C_T = \frac{P_{j2}}{s\omega_0} = \frac{3R_2' I_1'^2}{s\omega_0} = \frac{3R_2'\left(\frac{E}{Z}\right)^2}{s\omega_0}$$

con $\bar{Z} = \left(R_1 + R_2' + R_2'\frac{1-s}{s}\right) + j\left(X_1 + X_2'\right) = \left(R_1 + \frac{R_2'}{s}\right) + j\left(X_1 + X_2'\right)$

$$Z = \sqrt{\left(R_1 + \frac{R_2'}{s}\right)^2 + \left(X_1 + X_2'\right)^2} \qquad \varphi_2 = \mathrm{arctg}\left(\frac{X_1 + X_2'}{R_1 + \frac{R_2'}{s}}\right)$$

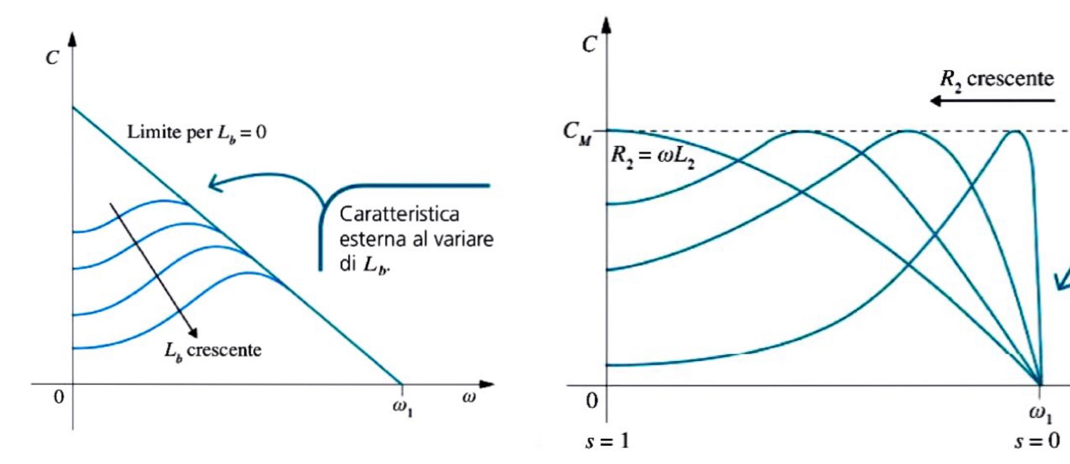
E_1^2

$$C_T = \frac{R_2' \; 3E^2}{s\omega_0\left[\left(R_1 + \frac{R_2'}{s}\right)^2 + \left(X_1 + X_2'\right)^2\right]} =$$

Il valore massimo si ottiene quando i contributi attivi e reattivi sono equivalenti (parte resistiva = parte reattiva)

$$\frac{\partial C}{\partial s} = 0 \Rightarrow C_M = \frac{3E^2_{2(1)}}{2X_{2(1)}} \qquad s_M = \frac{R_2}{X_{2(1)}}$$

(1) allo spunto



$0 < S \leq S_M$ MOTORE STABILE

$S_M < S < 1$ MOTORE INSTABILE

L influisce sulla coppia massima, deve essere più piccola possibile

R_2 influisce sulla velocità di ottenimento della coppia massima,

1) per avere basso scorrimento bisogna ridurre R_2 ma così si riduce anche la coppia di spunto

2) per avere max coppia di spunto $R_2 = \omega L_2$ (attiva = reattiva) $\Rightarrow$ coppia max per $S = 1$

ESERCIZIO N° 2

2. Un motore trifase asincrono presenta i seguenti valori: $V=400$ V; $I_0=3{,}45$ A; $P'_0=1800$ W; collegamento a stella. Determina: φ_0, R_0, X_0.

$$S_0 = \sqrt{3}\, V I_0 = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 3{,}45 = 2390$$

$$P_0' = S_0 \cos\varphi \rightarrow \cos\varphi = \frac{P_0'}{S_0} = \frac{1800}{2390} = 0{,}753$$

$$\varphi = 41°$$

$$Q_0 = S_0 \sin\varphi = 1568 \text{ VAR}$$

stella $$\frac{R_0}{\cancel{3}} = \frac{V^2}{\cancel{3}P_0} = 29{,}6 \rightarrow R_0 = 88{,}9\ \Omega$$

$$Q_0 = \frac{V^2}{X_0} \Rightarrow X_0 = \frac{V^2}{Q_0} = 102\ \Omega$$

4. Un motore trifase collegato a stella, alimentato a $V=230$ V, assorbe a vuoto la corrente $I_0=3$ A a $\cos\varphi_0=0{,}2$. Determina la corrente e la potenza assorbite se viene collegato a triangolo (trascura le perdite meccaniche e la saturazione).

stella $P_0 = VI\cos\varphi_0 = 230 \cdot 3 \cdot 0{,}2 = 138$ W

triangolo $P_\Delta =$

$I = 3 \cdot 3 = 9$